

Komplexität kognitiver Systeme

Ay, Nihat

Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften

Arbeitsbereich - Komplexe Systeme

Forschungsgebiet: Informatik/Mathematik/Komplexe Systeme

Korrespondierender Autor: Ay, Nihat

E-Mail: Nihat.Ay@mis.mpg.de

Zusammenfassung

Komplexe Systeme in der Natur setzen sich oft aus einer großen Zahl von Teilsystemen zusammen, die auf komplizierte Weise miteinander wechselwirken. Das Gehirn zum Beispiel besteht aus einer immensen Zahl von Nervenzellen, die in einem anatomisch komplexen Netzwerk interagieren und je nach Verhaltenssituation funktionelle physiologische Einheiten bilden können. Wir untersuchen Organisationsprozesse, die hierbei eine Rolle spielen, im abstrakten Rahmen der Informationsgeometrie. Diese gestattet den Begriff "Komplexität" zu formalisieren und interpretiert den Einfluss von Evolution und Lernen auf die Entwicklung von Gehirnen als Maximierung des so gewonnenen Komplexitätsmaßes. Im folgenden Artikel geben wir eine kurze Übersicht über die zugrunde liegenden mathematischen Ideen anhand einiger einfacher Beispiele.

Abstract

Complex systems in nature often consist of a large number of subsystems, that are mutually interacting in a complicated way. The brain, for instance, comprises a huge number of neurons, which are organized in a complex anatomical network and can form various operational physiological units in response to the current behavioral condition. We study organization processes, that play a role in this context, in the abstract framework of information geometry. This enables a formal definition of "complexity" and interpretes the impact of evolution and learning on brains as a maximization of the so-derived complexity measure. In the present work we give a brief overview over the underlying mathematical ideas with reference to some simple examples.

Angesichts der vielfältigen Sinnes- und Verhaltensleistungen zu denen Menschen fähig sind, sowie der detailreichen anatomischen Struktur und Physiologie des diesen Leistungen zugrunde liegenden neuronalen Netzwerkes, wird niemand bezweifeln, dass das Gehirn ein höchst komplexes System darstellt. Was genau aber bedeutet es für ein System „komplex“ zu sein? Ist damit mehr gemeint, als einfach nur „Kompliziertheit“, entweder bezüglich des Systemaufbaus oder der Leistungen und Verhaltensweisen, die es hervorbringt? Kann man den intuitiven Begriff von Komplexität vielleicht genauer fassen, ihn zum Beispiel mathematisch formalisieren, um auf diesem Weg seine Eigenschaften und Konsequenzen genauer erforschen zu können? Tatsächlich ist dies wiederholt von Mathematikern, Physikern und Informatikern versucht worden. Der wohl bekannteste Ansatz geht dabei auf Kolmogorov und Chaitin zurück und ist später oft modifiziert worden. Kolmogorov und Chaitin identifizieren die Kompliziertheit eines Objekts mit der minimalen Länge seiner Beschreibung. Informell gesagt: Für einfache Dinge reichen wenige Worte, um sie umfassend zu charakterisieren. Diese simple Einsicht lässt

sich im Rahmen der algorithmischen Komplexitätstheorie, eines Teilgebietes der Informatik, exakt formulieren und zu einer Theorie erweitern, die auf viele „komplexe“ Systeme angewendet werden kann. Die Kolmogorov-Chaitin-Komplexität ist jedoch deskriptiv, sie *beschreibt nur* die Kompliziertheit eines Objektes.

Demgegenüber gibt es Ansätze, die über die Aussage hinausgehen, dass das Gehirn ein kompliziertes System darstellt. Einige Wissenschaftler verfolgen das Ziel, Formalismen bereitzustellen, die den Bezug zwischen Hirntheorie und Komplexitätstheorie tiefergehend zu beschreiben vermögen. An eine solche Theorie gibt es mehrere Anforderungen. Zum Beispiel will man Komplexität als emergentes Phänomen begreifen, das als Konsequenz eines selektiven Evolutionsprozesses in Erscheinung tritt. Das heißt, die funktionalen Aspekte, die das Überleben einer Spezies sichern, sollten berücksichtigt werden, denn sie führen adaptiv zu kontinuierlich weiterentwickelten Verhaltensweisen mit zunehmendem Komplexitätsgrad. Hier spielt also die Entwicklung komplexer Systeme eine Rolle, die zumindest in Bezug auf lebende, sich selbst reproduzierende Systeme, welche evolutionären Zwängen durch die Umwelt unterliegen, in Richtung optimaler Anpassung und höherer Komplexität voranschreitet. Hinsichtlich einer Komplexitätstheorie der Informationsverarbeitung im Gehirn stellt sich daher als weitere Anforderung die Einbeziehung von Optimalitätskriterien. Insofern das Gehirn an seine Umwelt adaptiert ist arbeitet es effizient; insofern die Umwelt komplex ist werden dies auch die Prozesse im Gehirn sein. Effizienz ist hier also mit hoher Komplexität assoziiert.

Nun besteht das Gehirn aus einigen zehn Milliarden Nervenzellen, die untereinander hochgradig verknüpft und in einer großen Zahl von Arealen organisiert sind, die sich mit jeweils spezifischen sensorischen und kognitiven Aufgaben befassen. Schon bei der Verarbeitung einfacher Reize interagieren eine immense Zahl von Neuronen in ganz verschiedenen Bereichen des Gehirns. Tononi, Sporns und Edelman haben ein Komplexitätsmaß eingeführt, das dieser verteilten Art der Informationsverarbeitung gerecht wird und sowohl die Integration von Information als auch die funktionale Segregation des Gehirns bewertet. Anhand von Computersimulationen lässt sich demonstrieren, dass Konnektivitätsstrukturen, welche denen des realen Gehirns nachgeahmt sind, die Maximierung dieses Komplexitätsmaßes begünstigen. Integration und Segregation wären aus dieser Sicht Voraussetzungen für die Evolution komplexer kognitiver Systeme. Diese Beobachtung liefert selbstverständlich noch keinen strengen Beweis für die Gültigkeit eines entsprechenden Variations- oder Optimierungsprinzips, dem die Evolution notwendigerweise folgen müsste. Einerseits ist es ein generelles Problem interpretativer Modellierung in den Kognitionswissenschaften, von der phänomenologischen Ebene ausgehend auf zugrunde liegende Funktionsprinzipien zurückzuschließen. Andererseits berücksichtigt der theoretische Rahmen, den Tononi, Sporns und Edelman ihrer Theorie zugrunde legen, keine zeitlichen Prozesse, sondern lediglich räumlich probabilistische Aspekte. Auch wird das System völlig isoliert ohne Wechselwirkung mit seiner Außenwelt betrachtet.

In Rahmen eines Forschungsprojekts an unserem Institut wird daher eine Komplexitätstheorie ausgearbeitet, die zwar grundlegende Gedanken mit bestehenden Komplexitätstheorien teilt, jedoch in den breiteren mathematischen Rahmen der von Amari und Nagaoka entwickelten Informationsgeometrie eingebettet ist. Das Grundkonzept ist denkbar einfach und zunächst von jeglichem Bezug zur Hirntheorie losgelöst: Weil sich Komplexität in der Vielfalt der Relationen und Wechselwirkungen in einem System darstellt, weist ein System intuitiv keine Komplexität auf, wenn es als relationslose Zusammenstellung (Superposition) seiner Elemente beschrieben werden kann. Der „Abstand“ eines beliebigen zusammengesetzten Systems von der Menge aller Systeme dieser Form ist somit eine Größe für die Quantifizierung der Relationen zwischen den Elementen und damit der Komplexität des Systems.

Abbildung 1 illustriert den geometrischen Rahmen im räumlich probabilistischen Kontext anhand eines kleinen Systems aus zwei binären Einheiten mit den Zuständen 0 und 1.

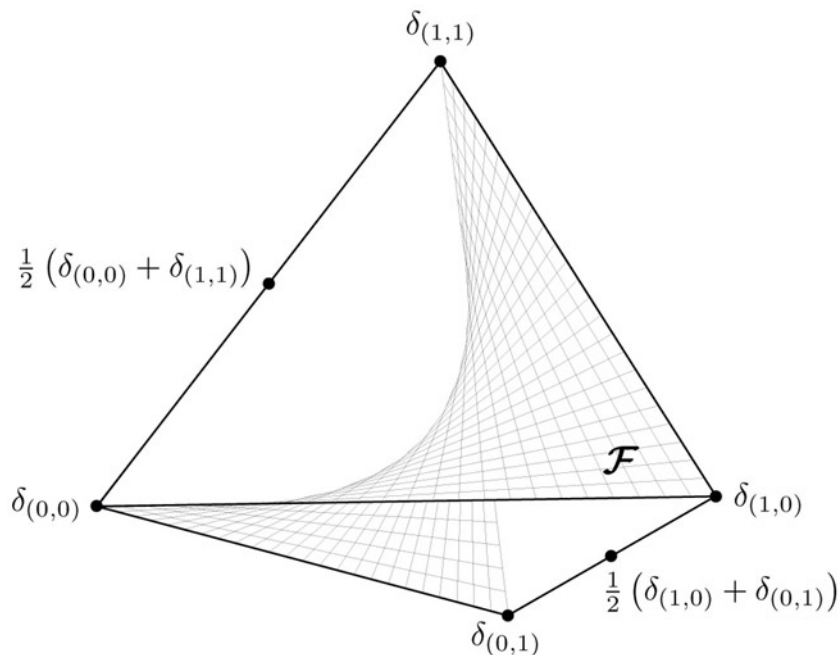


Abb. 1: Alle möglichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf zwei binären Einheiten spannen ein dreidimensionales Simplex auf. Der Abstand einer beliebigen Verteilung von der Untermenge der unabhängigen Verteilungen F kann als Maß für seine Komplexität aufgefasst werden.

Das aus den beiden Einheiten zusammengesetzte System kann vier Konfigurationen annehmen, nämlich $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ und $(1,1)$. Gehen wir in diesem Beispiel davon aus, dass Systeme durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf dem Konfigurationsraum modelliert werden, so ist die Menge aller Systeme darstellbar als eine Dreieckspyramide, genauer gesagt durch ein dreidimensionales Simplex mit vier Extrempunkten, die den vier zusammengesetzten Konfigurationen entsprechen. Die unabhängige Superposition (relationslose Zusammensetzung) zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf den Konfigurationsräumen der jeweiligen Einzeleinheiten führt demgegenüber nur zu einer zweidimensionalen Teilmenge F der Systeme, die in unserem Kontext mit den nicht-komplexen Systemen identifiziert wird. Der Abstand eines beliebigen Systems im Simplex von der Menge F wird dann als Komplexität interpretiert und kann im Rahmen der Informationsgeometrie als so genannte Kullback-Leibler-Divergenz gemessen werden. In diesem Beispiel führt der Ansatz zur wohl bekannten wechselseitigen Information der beiden Einheiten, die Shannon zur Quantifizierung der Kapazität eines Informationsübertragungskanals zwischen einem Sender und einem Empfänger herangezogen hat. Es ist nicht schwierig, das Beispiel auf Systeme mit mehr Elementen zu verallgemeinern. Das so definierte Maß erfasst dann zum Beispiel die Komplexität von räumlich stationären Aktivierungsverteilungen im Gehirn, wie sie mit bildgebenden Verfahren messbar sind.

Ausgehend von diesem Beispiel, das hier lediglich der Illustration der Geometrisierung des Komplexitätskonzepts für Wahrscheinlichkeitsverteilungen dient, lässt sich der Formalismus im weiteren auch auf *stochastische Prozesse* interagierender Einheiten übertragen. Dabei gibt es keinerlei Interaktion zwischen den Elementen, wenn sich der globale Prozess als relationslose Zusammenstellung isolierter Einzelprozesse beschreiben lässt. Der Abstand eines beliebigen Prozesses von dieser Menge

nicht-komplexer Systeme wird dann wie zuvor als Maß für die Komplexität herangezogen. Es stellt sich heraus, dass ein enger Zusammenhang besteht zwischen der so definierten Komplexität eines Systems und den lokalen Informationsflüssen bezüglich der zugrunde liegenden Konnektivität des Systems (d.h., der Menge an Information, die von anderen Elementen in ein jeweils bestimmtes hineinfließt): Die Komplexitätsmaximierung ist äquivalent zur Maximierung lokaler Informationsflüsse. Letztere stellt im Rahmen der Untersuchung des Gehirns eine intensiv diskutierte Hypothese dar. Laughlin, Bialek, Rieke und andere lieferten zum Beispiel auf Experimenten basierende Argumente für die Gültigkeit der Hypothese lokaler Informationsmaximierung. Weitere, jedoch indirekte Argumente basieren auf Computersimulationen. Ausgehend von Hebb'schen Lernregeln zur Beschreibung der Plastizität synaptischer Verbindungen zwischen Neuronen, hat Linsker in künstlichen neuronalen Netzwerken die Entstehung von Verarbeitungsmechanismen in Form rezeptiver Felder (d.h. visueller Filter) demonstriert, die den von Hubel und Wiesel im visuellen Kortex der Katze entdeckten sehr ähneln. Theoretische Analysen beweisen zudem, dass Hebb'sche Lernregeln den lokalen Informationsfluss in den untersuchten künstlichen neuronalen Netzen tatsächlich maximieren.

Ausgehend von der Beobachtung, dass globale Komplexität und lokale Informationsflüsse äquivalente Konzepte darstellen, und dass experimentelle Befunde lokale Informationsflüsse als relevant für neuronale Lernprozesse herausstellen, ist es von Interesse, die Eigenschaften komplexer Systeme näher zu untersuchen. Dabei zeigt sich, dass eine hohe Komplexität interagierender stochastischer Prozesse nahezu deterministisches Verhalten erzwingt. Genauer gesagt, führt die Maximierung von Komplexität zu einer drastischen Reduktion der Prozessentropie, welche die Zufälligkeit eines Prozesses misst und demgemäß in allgemeinen Systemen in der Regel weder verschwindet noch überhaupt klein sein muss. Für Systeme hoher Komplexität ist sie jedoch stets sehr klein, das heißt, wenn man den vollständigen Zustand des Systems kennt, kann man mit großer Sicherheit vorhersagen, wie es sich im nächsten Schritt weiterentwickelt. Überraschenderweise gilt das genaue Gegenteil für die Einzelprozesse. Ihre Entropie ist in komplexen Systemen groß, so dass aus der Kenntnis des Zustands eines oder weniger Elemente praktisch nichts vorhergesagt werden kann. Ein Beispiel zeigt **Abbildung 2**, die ein System mit numerisch maximierter Komplexität darstellt. Es besteht aus 3 binären Einheiten, kann also $2^3=8$ Zustände annehmen. Bei einem beliebigen System dieser Art sind in jedem Zeitschritt im Prinzip Übergänge von jedem Zustand zu jedem anderen möglich, die jedoch nur mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten auftreten. Man bezeichnet ein solches System als Markovkette; es ist ein einfaches Beispiel für einen zusammengesetzten stochastischen Prozess. In dem Prozess in **Abbildung 2** ist die Zahl der Zustandsübergänge auf wenige reduziert, die mit Wahrscheinlichkeit 1 (also deterministisch) eintreten. Nur Zustand 101 weist zwei Zielzustände auf, die mit entsprechend kleineren Wahrscheinlichkeiten möglich sind und der globalen Systemdynamik einen Rest an Zufälligkeit geben. Der Zustandsübergangsgraph verdeutlicht dies anschaulich. Obwohl das System sich fast deterministisch verhält, kann man jedoch aus der Kenntnis des Zustands eines einzelnen Elementes praktisch nicht dessen nächsten Zustand vorhersagen. Dieser ist im gezeigten Beispiel mit (fast) gleicher Wahrscheinlichkeit entweder 0 oder 1.

Abbildung 3 zeigt ein weiteres Beispiel mit vier Elementen, bei dem im Unterschied zum vorangehenden Fall zwei der Elemente nicht mit optimiert wurden, sondern einer fest vorgegebenen Markovkette folgen. Dies kann man als externe Eingabe in das System interpretieren, wobei die Markovkette auf den fixierten Elementen etwa räumlich-zeitliche statistische Regelmäßigkeiten in der Außenwelt reflektieren. Wieder zeigt sich, dass die Zahl möglicher Übergänge gegenüber allgemeinen Markovketten stark reduziert ist. Interessanterweise lässt sich nun aber das Verhalten des optimierten Systems interpretieren als das eines so genannten endlichen Automaten. Hierbei handelt es sich um ein Konzept aus der Informatik zur Beschreibung der maschinellen Verarbeitung einfacher (regulärer) Sprachen. Wie der Übergangsgraph

in Abbildung 3 zeigt, bei dem Knoten innere Zustände und Kanten „Eingaben“ auf den beiden äußeren Einheiten repräsentieren, treiben die Eingaben das System durch eine Folge von (in der Regel fast) deterministischen inneren Zuständen. Dies reflektiert ein elementares Konzept in der Informationsverarbeitung, das sich hier aus der Maximierung des beschriebenen Komplexitätsmaßes für Markovketten ergibt.

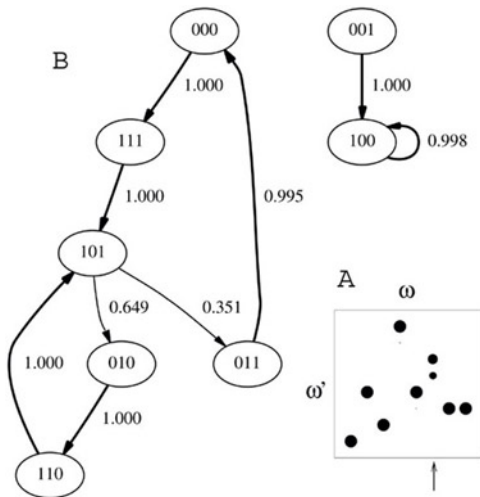


Abb. 2: In dieser Markovkette aus 3 binären Einheiten mit hoher Komplexität sind fast nur deterministische Übergänge von Zuständen ω nach ω' möglich. Die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten in A lässt sich daher als Graph B mit nur wenigen erlaubten Pfaden darstellen, wobei Knoten Zustände und Kanten Übergänge mit ihren Wahrscheinlichkeiten repräsentieren.

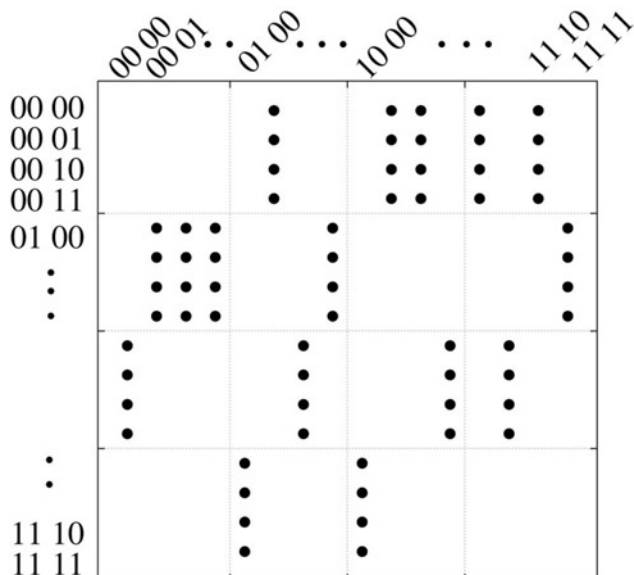


Abb. 3a: In dieser Markovkette aus 4 binären Elementen erhielten zwei externe Eingaben und nur die ketteninneren Übergänge wurden in ihrer Komplexität numerisch maximiert. Das Ergebnis entspricht einem endlichen Automaten bei dem Eingaben (entsprechend den Kanten des Graphen) spezifische Übergänge zwischen den Zuständen der inneren Elemente (Knoten) hervorrufen.

