

Das Riemannsche Anfangswertproblem und das Verfahren von Glimm

ABSTRACT

PAUL STEPHAN

SOMMER 2022

In der Physik tritt es öfters auf, dass das Verhalten einer Flüssigkeit oder eines Gasses nur durch Zu- oder Abfluss am Rand eines Gebietes beschrieben wird. Mathematisch führt dies zu hyperbolischen Erhaltungsgleichungen der Form

$$\begin{aligned}u_t + \operatorname{div}(f(u)) &= 0, \\ u(\cdot, 0) &= u_0.\end{aligned}$$

Im vergangenen Jahrhundert entstanden um Peter Lax und James Glimm zwei bemerkenswerte Resultate in einer Raumdimension, die ich in meinem Vortrag vorstellen möchte. Zum einen, die (schwache) Lösbarkeit solcher hyperbolischer Anfangswertprobleme, wenn der Startwert bis auf einen Punkt konstant ist, also der Form

$$u_0(x) = \begin{cases} u_l & x < 0 \\ u_r & x > 0. \end{cases}$$

Zum anderen die Idee von James Glimm, diese Lösungstheorie durch Approximation auf den Raum der Funktionen beschränkter totaler Variation zu erweitern.